©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Beobachtungen über die Dämpfung der Torsionsschwingungen durch die innere Reibung.

Von Dr. **Ig. Klemenčić,**
Assistenten am physikalischen Institute der Universität Graz.

(Mit 3 Holzschnitten.

Die experimentelle Untersuchung der inneren Reibung fester Körper durch Beobachtung der Dämpfung von Torsionsschwingungen wurde bis jetzt insbesondere von den Herren H. Streintz, P. Schmidt und Pisati geführt. Sie beobachteten in der Weise, dass sie einen durch ein Gewicht belasteten Draht Torsionsschwingungen ausführen liessen, das logarithmische Decrement, d. i. den Logarithmus des Verhältnisses zweier aufeinander folgender Schwingungsbögen unter verschiedenen Bedingungen bestimmten, und daraus empirische Gesetze für die Abhängigkeit desselben von der Temperatur, Länge und Spannung des Drahtes, von der Amplitude, Schwingungsdauer u. s. w. aufstellten. Ausserdem hat Herr L. Boltzmann in seiner Theorie der elastischen Nachwirkung das Schwingungsproblem einer Betrachtung unterzogen und gefunden, dass das logarithmische Decrement für Drähte aus ganz gleichem Materiale, worunter natürlich auch deren Zustand, wie Härtung, Temperatur, verstanden wird, eine Constante sei.

Obwohl nun die vorgenannten Beobachter ein reichhaltiges Materiale zu Tage gefördert haben, so scheint es doch noch nicht genügend zu sein, um sich einerseits ein definitives Urtheil über die Giltigkeitsgrenzen der Boltzmann'schen Theorie zu bilden, und andererseits derartige Untersuchungen als abgeschlossen zu betrachten. So ergaben die ersten Untersuchungen von Streintz[1] und spätere von Wiedemann[2] für gewöhnliche Temperaturen die

---

[1] Sitzungsber. d. Wiener Acad., Bd. 69, März 1874.
[2] Wiedemann's Ann. Bd. VI, p. 485.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Unabhängigkeit des logarithmischen Decrements von der Belastung Beobachtungen, die H. Streintz[1] in neuerer Zeit über die Accomodation gemacht hat, scheinen jedoch dafür zu sprechen, dass das loghmaritische Decrement mit zunehmender Belastung abnimmt. P. Schmidt[2] findet eine Abhängigkeit des logarithmischen Decrements von der Länge, was mit den Beobachtungen von H. Streintz (l. c.) nicht übereinstimmt und überdies vom letzteren auf Grund einer Überlegung bestritten wird. Diese Überlegung, welche die Unabhängigkeit des logarithmischen Decrements vom Trägheitsmoment und eine dem Abstande vom Aufhängepunkte proportionale Verdrehung der einzelnen Querschnitte des Drahtes voraussetzt, zeigt, dass das logarithmische Decrement von der Länge des Drahtes unabhängig sein muss. Ebenso findet P. Schmidt (l. c.) das logarithmische Decrement vom Radius des Drahtes abhängig, was wieder von H. Streintz bestritten wird.

Alle bisherigen Untersuchungen wurden an Metalldrähten ausgeführt, und zwar hat auf das den Draht belastende Gewicht nur die Torsionskraft gewirkt. Es dürfte ein kleiner Beitrag zur Kenntniss dieser Erscheinungen sein, wenn ich einige Versuche mittheile, die 1. an Metalldrähten, bei deren Schwingungen ausser der Torsionskraft noch eine andere Directionskraft auf das belastende Gewicht wirkte und 2. an Glasstäben, ausgeführt wurden.

Lässt man auf das einen Draht belastende Gewicht ausser der Torsionskraft noch eine andere dem Torsionswinkel proportionale Kraft wirken, so folgt aus der Theorie von Boltzmann, dass das logarithmische Decrement dem Quadrate der Schwingungsdauer proportional sein soll. Ich habe eine Kugel an zwei Stahldräthen bifilar aufgehängt und das logarithmische Decrement bei verschiedener Schwingungsdauer beobachtet. Die Veränderung der Schwingungsdauer wurde nur durch Änderung der bifilaren Directionskraft bewerkstelliget. Dabei zeigte sich das logarithmische Decrement bei kleinen bifilaren Directionskräften, also grossen Schwingungsdauern, dem Quadrate, bei kleinen Schwingungsdauern jedoch eher der ersten Potenz derselben proportional. Ein nahezu ähnliches Resultat wurde erhalten, als bei

[1] Sitzungsber. d. Wiener Acad., Bd. 80, October 1879.
[2] Wiedemann's Ann. Bd. 1.

unifilarer Aufhängung nebst der Torsionskraft noch eine magnetische Directionskraft die Schwingungen des Drahtes beeinflusste. Als ein gleicher Stahldraht bei verschiedenem Trägheitsmomente Torsionsschwingungen ausführte, zeigte sich das logarithmische Decrement von der Schwingungsdauer nicht ganz unabhängig.

Beobachtungen an Glasstäben ergaben das Resultat, dass bei deren Torsionsschwingungen die Erscheinung der sogenannten Accomodation beinahe gar nicht vorhanden ist. Das logarithmische Decrement erwies sich von der Amplitude unabhängig. Dasselbe gilt bezüglich der Abhängigkeit von der Länge des Stabes; bei verschiedenem Trägheitsmomente nimmt es jedoch mit der Schwingungsdauer ein wenig ab. Die zwei letzten Thatsachen stehen mit der theoretischen Überlegung des Herrn H. Streintz nicht im Einklange.

Der Einfluss der Luftreibung auf die Dämpfung der Schwingungen wurde überall möglichst berücksichtiget. Hiezu dienten theoretische Formeln, welche experimentell geprüft und zu einer angenäherten Bewerthung dieses Einflusses brauchbar gefunden wurden.

Über die Dämpfung durch die Luftreibung.

Die Torsionsschwingungen eines durch ein Gewicht belasteten Drahtes werden nicht nur durch die innere Reibung, sondern auch durch die Reibung des Gewichtes und Drahtes an der Luft, respective dem umgebenden Mittel gedämpft. Will man daher von der Dämpfung durch die innere Reibung ein möglichst genaues Bild gewinnen, so muss man die zweite Art der Dämpfung in Berücksichtigung ziehen; was bei einigen der hier beschriebenen Versuche umsomehr geboten war, als dieselbe einen ziemlich beträchtlichen Theil der ersteren ausmachte. Bei den Versuchen mit Glasstäben wurden zur Erzielung eines bedeutenden Trägheitsmomentes an dem freien Ende derselben ziemlich lange cylindrische, mit Bleikugeln versehene Holzhebel befestiget. Die Luftdämpfung war in diesem Falle schon so gross, dass sie zur richtigen Würdigung der beobachteten Erscheinungen berücksichtiget werden musste.

Unter der Annahme, dass zwischen dem in einer Flüssigkeit schwingenden Körper und der Flüssigkeit selbst keine Gleitung

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

stattfindet, und dass die Geschwindigkeiten unendlich klein sind, sind von O. E. Meyer, Stockes und Lampe Formeln gerechnet worden für eine kreisförmige Scheibe, die um eine zur Fläche senkrechte Axe, für eine Kugel, die um einen Durchmesser als Axe, und für eine Kugel, die auf einer Geraden hin- und herschwingt. Auch Kirchhoff entwickelt in der 26. Vorlesung über mathematische Physik (Mechanik, Leipzig 1876) Formeln für die beiden letztgenannten Fälle.

1. Es bezeichne von nun an δ immer das logarithmische Decrement der Dämpfung durch die Luftreibung, dann haben wir nach Kirchhoff, wenn wir ganz seine Bezeichnungsweise beibehalten, für eine Kugel, die um einen Durchmesser als Axe schwingt

$$\delta = \frac{2\pi R^4}{3K}\sqrt{2\pi k\mu T} = \frac{5}{4}\frac{1}{R\rho}\sqrt{2\pi\mu kT},$$

δ ist hier das natürliche logarithmische Decrement; es wurde immer in Brigg'sche Logarithmen umgerechnet, auf welche sich überhaupt alle hier angeführten Decremente beziehen. Ferner bedeutet in den obigen Formeln K das Trägheitsmoment der Kugel R deren Radius, ρ deren Dichte und T deren Schwingungsdauer, μ die Dichte und k die Reibungsconstante der Luft. — Für T soll eigentlich die Schwingungsdauer der ungedämpften Kugel gesetzt werden. Bei Schwingungen in der Luft ist jedoch der Unterschied zwischen der Schwingungsdauer der gedämpften und ungedämpften Kugel so gering, dass er kaum berücksichtiget zu werden verdient.

Um diese Formel zu prüfen und deren Brauchbarkeit zu erweisen, habe ich eine Elfenbeinkugel auf feinen Messingdrähten bifilar aufgehängt, und in Luft von normaler und sehr geringer Dichte schwingen lassen. Zu diesem Zwecke diente mir ein beinahe luftdicht schliessendes, für solche Untersuchungen eingerichtetes Messinggefäss, welches seitlich eine mit einer Spiegelglasplatte verschlossene Öffnung hatte. In die Oberfläche der Kugel war ein kleiner Spiegel eingelegt, um die Schwingungen derselben mit Fernrohr und Scala zu beobachten. Der Halbmesser der Kugel war = 2·5 Cm.

In der nachfolgenden Tabelle I bedeutet τ die Temperatur, b den Druck der Luft im Inneren des Gefässes in Mm. Unter λ ist

hier, sowie von nun an immer, das beobachtete logarithmische Decrement verstanden.

Tabelle I.

T		b	λ	
5·858	23	734	0·0005812	0·0003326
5·852	22·8	36·4	0·0003491	0·0000741
		Diff.	0·0002321	0·0002585

Das Intervall zwischen den abgelesenen Schwingungsbögen, aus denen λ bestimmt wurde, betrug gewöhnlich einige Hunderte von Schwingungsdauern. Die Differenz der gerechneten logarithmischen Decremente ist etwas grösser als die der beobachteten. — Der Durchmesser des Gefässes war allerdings nur 25 Cm., also $^1/_5$ des Durchmessers der Kugel; der Unterschied dürfte daher von einem Einflusse der Gefässwandung herrühren.

Ich will noch einen Versuch in Tab. II anführen, der mit einer Korkkugel vom Radius 1·9 Cm. ausgeführt wurde und die auf Coconfäden aufgehängt war.

Tabelle II.

T		b	λ	
4·575	22·8	730	0·005473	0·002858
4·554	23·5	19·3	0·003205	0·000460
		Diff.	0·002268	0·002398

Die Differenzen stimmen in diesem Falle besser überein, als im vorhergehenden. Es lässt sich nach den vorstehenden Resultaten zwar nicht bestimmt sagen, wie weit die Genauigkeit der Formeln reicht, immerhin aber stimmen sie mit der Erfahrung insoweit überein, dass man sich in praktischen Fällen derselben zu einer angenäherten Berechnung der durch die Luftreibung bewirkten Dämpfung bedienen kann.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

2. Genau so wie für die Kugel lässt sich nach Kirchhoff's Vorgange auch für einen langen Cylinder, der um seine Axe schwingt und bei dem die Reibung an den Endflächen gegen die an der Mantelfläche vernachlässigt wird, ein Ausdruck für δ ableiten.

Für diesen Fall wird

$$r = \sqrt{x^2+y^2}$$

und

Gl. 14 $$M = \int R d\varphi L (x Y_n - y X_n),$$

wo L die Länge des Cylinders bedeutet.

Nach Substitution der entsprechenden Ausdrücke für Y_n und X_n wird

$$M = \int R d\varphi L k \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{dW}{dr}\right)\left(x^2+y^2\right)$$

und mit Berücksichtigung, dass

$$\int_0^{2\pi} x^2 d\varphi = \int_0^{2\pi} y^2 d\varphi = r^2\pi$$

$$M = 2\pi k r^3 L \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{dW}{dr}\right) \text{ für } r = R.$$

Dann wird Gl. 28

$$\left(\frac{k}{\mu} - R\beta\right)(\alpha^2 + K\beta^4) + 2\pi R^2 \mu L \sqrt{\frac{k}{\mu}}\beta^2\left(3\frac{k}{\mu} - 3\sqrt{\frac{k}{\mu}}R\beta + R^2\beta^2\right) = 0$$

und

$$\delta = \frac{1}{2}\frac{\pi R^3 L}{K}\sqrt{2k\mu\pi T}.$$

Nun ist $K = \frac{R^4\pi L\rho}{2}$, wo ρ die Dichte des Cylinders, also auch

$$\delta = \frac{1}{R\rho}\sqrt{2\pi k\mu T}.$$

3. Für die Kugel, die auf einer Geraden hin und her schwingt, ist nach Kirchhoff

$$\delta = \frac{9}{8}\frac{m'}{Rm}\sqrt{\frac{2\pi k T}{\mu}} = \frac{9}{8}\frac{1}{R\rho}\sqrt{2\pi\mu k T}.$$

4. Für einen Cylinder, der um eine zu seiner Axe senkrechte Axe schwingt, die Länge L, den Radius R und die Dichte ρ hat, kann man δ in analoger Weise wie für die Kugel, die auf einer Geraden hin- und herschwingt, ableiten, wenn man berücksichtiget, dass sich ein sehr kleines Stück des Cylinders ja auch nahezu auf einer Geraden hin- und herbewegt. Der Einfluss der Enden des Cylinders wird wieder vernachlässiget.

Nehmen wir jetzt $r = \sqrt{x^2+z^2}$, so werden die Gl. 30 folgende Form annehmen:

$$u = \frac{xz}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(P+W)}{\partial r}\right)$$

$$v = o$$

$$w = -\frac{x^2}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(P+W)}{\partial r}\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial(P+W)}{\partial r}$$

$$p = -\mu\frac{z}{r}\frac{\partial^2 P}{\partial r\,\partial t}.$$

Dann wird $Z = \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}}\int_0^{2\pi} l^2 dl\,\frac{Rd\varphi}{r}\,(xZ_x+zZ_z)$

$$Z = \frac{1}{12}L^3 r\pi\left[kr\frac{\partial^2}{\partial r^2}\left(\frac{1}{r}\frac{(\partial P+W)}{\partial r}\right)-\mu\frac{\partial^2 P}{\partial r\,\partial t}\right] \text{ für } r = R.$$

Gl. 36.

$$0 = \alpha^2 + K\beta^4 + \frac{\pi}{12}L^3\beta^2\,(\mu\beta^2R^2 - 6R\beta\sqrt{\mu k}+6k)$$

$$F(\beta_0) = -\frac{\pi}{2}L^3R\beta_0{}^3\sqrt{\mu k}$$

$$F'(\beta_0) = -4\beta_0{}^3(K+K'),$$

wo $K' = R^2\pi\frac{L^3}{12}\mu$ das Trägheitsmoment der vom Cylinder verdrängten Luft darstellt. Wenn wir K' gegen K vernachlässigen, so bekommen wir

$$\delta = \frac{3}{2}\frac{K'}{KR}\sqrt{\frac{2\pi kT}{\mu}} = \frac{3}{2}\frac{1}{R\rho}\sqrt{2\pi\mu kT}.$$

Zur Prüfung dieser Formel wurde zuerst ein 103·1 Cm. langer, 2·1 Cm. dicker, cylindrischer Holzhebel (Dichte = 0·69) in seiner

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Mitte auf zwei Zwirnfäden bifilar aufgehängt, das logarithmische Decrement beobachtet, und auch nach der letzten Formel gerechnet. Tabelle III enthält das Resultat.

Tabelle III.

T	λ	
6·44	0·00326	0·00268
3·93	0·00209	0·00214

Sodann wurde der Hebel an Stahldrähten bifilar aufgehängt und an denselben die beiden Bleikugeln, welche bei den später zu beschreibenden Versuchen in Anwendung kamen, in einer Entfernung von je 6·1 Cm. von der Umdrehungsaxe befestiget. Die Berechnung des δ geschah in diesem Falle mittelst der Formeln sub 3 und 4. Multipliciren wir die Formel für die auf einer Geraden hin- und herschwingende Kugel mit $\frac{2}{5} R^2$, so bekommen wir in derselben anstatt der Massen m, m' nun die entsprechenden Trägheitsmomente, und der Ausdruck für δ im Falle des Cylinders mit den Kugeln wird lauten:

$$\delta = \frac{K'}{K} \sqrt{\frac{2\pi\mu T}{k}} \left(\frac{9}{8R'} + \frac{3}{2R} \right),$$

worin R' den Radius der Kugel, R den des Cylinders bedeutet. Für K' und K ist entsprechend die Summe der Trägheitsmomente des Cylinders und der Kugeln in der Entfernung von je 6·1 Cm. von der Umdrehungsaxe zu setzen.

Bei der Beobachtung des logarithmischen Decrements zeigte es sich, dass dasselbe mit der Amplitude abnimmt; die Formel ist auch nur unter der Voraussetzung unendlich kleiner Schwingungen entwickelt. O. E. Meyer hat in seinen Pendelbeobachtungen[1] aus der Reihe der abnehmenden λ nach der Gronau'schen Berechnungsweise den Werth für unendlich kleine Amplituden abgeleitet. Ich

[1] Pogg. Ann. Bd. 142, 1871.

habe mich begnügt, das bei den kleinsten Amplituden[1] beobachtete λ als richtig anzunehmen. Die Tabelle IV gibt die beobachteten und berechneten Werthe des logarithmischen Decrements nebst den dazu gehörigen Schwingungsdauern. Die letzteren wurden sowohl in diesem als im vorhergehenden Falle durch Änderung der gegenseitigen Entfernung e der beiden Drähte respective Fäden, regulirt. Die beiden Stahldrähte hatten eine Dicke von je 0.32 Mm. und eine Länge von je 158·3 Ctm.

Tabelle IV.

T			λ	
	Ctm.			
9·542	2·6	19°	0·00295	0·00273
1·837	14·0	19·8	0·00103	0·00119

Die Reibungsconstante der Luft k wurde in diesen Fällen sowie auch für die Folge zu 0·0002 angenommen. In den Werthen von λ ist auch die von der inneren Reibung in den Drähten, respective Fäden, herrührende Dämpfung enthalten. Diese letztere macht aber jedenfalls nur einen kleinen Theil aus, und die weiter unten beschriebenen Versuche geben uns Anhaltspunkte für eine beiläufige Beurtheilung derselben. Die gerechneten Werthe sind bei den kürzeren Schwingungsdauern evident zu gross; aber auch der Werth 0·00273 scheint gegenüber 0·00295 zu gross zu sein. Es lässt sich jedoch in diesem Falle wieder dasselbe sagen, wie vorher. Die Formeln sind zur Berechnung des δ bei solchen Versuchen brauchbar, bei denen es nur auf eine angenäherte Bestimmung desselben ankommt.

Beobachtungen an Stahldrähten.

In seiner Theorie der elastischen Nachwirkung hat Boltzmann,[1] wie schon bemerkt, auch das Schwingungsproblem einer Betrachtung unterzogen und gefunden, dass das logarithmische Decrement in dem Falle, wo auf das belastende Gewicht nebst

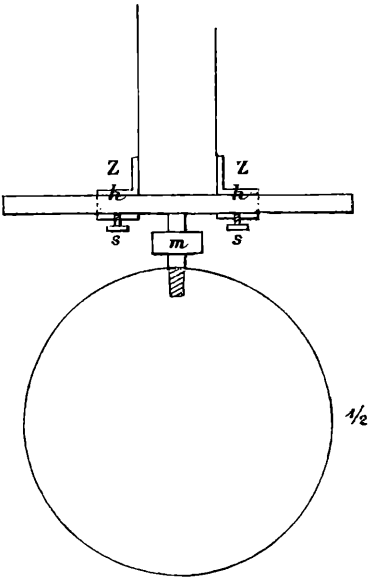
[1] Etwa 50—100 Theilstriche einer 1680 Mm. vom Spiegel entfernten Millimeterscala.

[2] Sitzungsber. d. Wiener Acad. Bd. 70; auch Pogg. Ann. Ergbd. VII.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

der Torsionskraft noch eine dem Torsionswinkel proportionale Kraft wirkt, dem Quadrate der Schwingungsdauer proportional sein soll. Ein Versuch in dieser Richtung wurde in folgender Weise ausgeführt. Eine 2990 Grm.[1] schwere Bleikugel vom Radius 39·84 Ctm. wurde auf Stahldrähten bifilar aufgehängt. Diese Dräthe sowie alle, welche hier in Verwendung kamen, hatten einen Durchmesser von je 0·32 Mm. und wa rennur verschiedene Stücke eines auf eine Spule gewickelten längeren Drahtes. Um verschiedene Schwingungsdauern bei demselben Trägheitsmomente herstellen zu können, sind die Drähte oben und unten an kleine mit Zapfen z (Fig. 1) versehene Hülsen (h) angelöthet worden.

Fig. 1.



Die Hülsen wurden über ein dünnes cylindrisches *T*-Stück aus Eisen geschoben und daran je nach Bedarf mittelst der Schrauben *ss* fixirt. An das untere *T*-Stück wurde die Bleikugel angeschraubt, das obere in einer eisernen Klemme befestiget. Durch Verschieben der Hülsen oben und unten ist die gegenseitige Entfernung e der

[1] Beinahe dasselbe Gewicht, wie das des früher erwähnten Hebels sammt den Bleikugeln.

Drähte geregelt worden. Ein Spiegel m diente zur Beobachtung mit Fernrohr und Scala. Bei der Bestimmung des logarithmischen Decrements wurde zwischen der Ablesung zweier Schwingungsbögen gewöhnlich ein Intervall von einer Stunde genommen. Man bestimmte die Zeit eines Durchganges durch die Ruhelage, notirte die zwei darauf folgenden Umkehrpunkte und that nach einer Stunde dasselbe. Die Bestimmung der Schwingungsdauer geschah mittels electrischer Registrirung auf eine sehr bequeme und genaue Weise. Selbstverständlich war die schwingende Bleikugel durch einen Kasten vor Luftströmungen geschützt; was auch bezüglich aller oben und unten beschriebenen Versuche seine Geltung hat. Die Dämpfung durch die Luftreibung wurde nach der entsprechenden Formel berechnet. In Tabelle V. ist das Resultat angegeben.

Tabelle V.

	T		λ	$\lambda - \delta$	$\frac{\lambda}{T 10^7}$	$\frac{\lambda}{T^2 10^8}$
°	Sec.	Ctm.				
15·9	2·582	2·39	0·0000902	0·0000666	258	999
15·3	5·497	1·05	0·0001998	0·0001654	301	547
15·2	8·370	0·53	0·0003640	0·0003216	384	459
15·6	10·813	0·26	0·0005870	0·0005388	498	461

Wie aus den zwei letzten Rubriken der Tabelle ersichtlich, ist das logarithmische Decrement bei kleinen bifilaren Directionskräften wirklich dem Quadrate der Schwingungsdauer proportional; mit abnehmender Schwingungsdauer nähert sich jedoch dieses Verhältniss der einfachen Proportionalität.

Zu bemerken ist, dass die beiden Stahldrähte in diesem Falle nebst Torsions- auch Biegungsschwingungen ausführen, deren Dämpfung vielleicht nach einem anderen Gesetze erfolgt als die der ersteren, und deren Einfluss die Theorie nicht berücksichtiget. Die Biegungsschwingungen können vermieden werden, wenn man magnetische Directionskräfte anwendet, wie dies Warburg[1] gethan hat. Ich habe einen Stahldraht von derselben Sorte, wie

[1] Pogg. Ann. Bd. 139, pag. 89.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

die früheren aufgehängt, und daran ein cylindrisches Bleigewicht (1223 Grm.) von 17 Ctm. Länge befestiget. Am unteren Ende dieses Gewichts war ein Magnet derart angebracht, dass sich seine Axe in einer horizontalen Ebene bewegte, wenn der Draht Torsionsschwingungen ausführte. Durch einen unter diesem in verschiedenen Entfernungen angebrachten Magneten wurde die Schwingungsdauer verändert. Im Falle $T = 7{\cdot}48$ wirkte jedoch nur die erdmagnetische Richtkraft. Die in Tab. VI enthaltenen Beobachtungen wurden alle hintereinander im Verlaufe von zwei Stunden gemacht. — Die Länge des Drathes = 153·5 Ctm.

Tabelle V

T		λ	$\frac{\lambda}{T10^7}$	$\frac{\lambda}{T^2 10^7}$
7·480	16·2	0·000633	846	113
5·003	16·—	0·000408	816	163
2·498	15·8	0·000189	757	303
7·479	15·7	0·000626	837	112

Die zwei letzten Rubriken zeigen jetzt, dass λ eher der ersten als der zweiten Potenz von T proportional ist. In den angeführten logarithmischen Decrementen ist allerdings noch die Dämpfung durch die Luftreibung vorhanden; könnte man diese letztere eliminiren, so würden sich die Zahlen etwas zu Gunsten des quadratischen Verhältnisses ändern.

Zum Schlusse habe ich einen Stahldraht von 127·2 Ctm. Länge abwechselnd mit einer Kugel von 890 Grm. Gewicht und 3·2 Ctm. Radius und einem Bleicylinder (Gewicht = 880 Grm.) von 24 Ctm. Länge, 1·02 Ctm. Halbmesser belastet und das logarithmische Decrement bei den den verschiedenen Trägheitsmomenten entsprechenden Schwingungsdauern bestimmt. Die Spannung war in beiden Fällen beinahe die gleiche. Es braucht wohl kaum erwähnt zu werden, dass sowohl hier als auch in allen früheren Fällen auf die Accommodation genau Rücksicht genommen wurde.

Tabelle VII.

	T		λ	$\lambda - \delta$
	Sec.	°		
	6·749	15·8	0·0006075	0·0005250
	2·396	16·—	0·0005513	0·0004811
	6·749	15·9	0·0006049	0·0005224
	2·396	17·5	0·0005602	0·0004898
Mittel	6·749	15·85	0·0006062	0·0005237
	2·396	16·75	0·0005557	0·0004853

Die in vorstehender Tabelle erhaltenen Resultate wurden in derselben Folge wie sie angeführt sind, im Verlaufe von mehreren Tagen sorgfältigst beobachtet. Es stellt sich $\lambda - \delta$, also die Dämpfung durch die innere Reibung bei der kleineren Schwingungsdauer ganz unzweifelhaft etwas kleiner heraus als bei der grösseren; ausser, man wollte diese Differenz auf Rechnug eines Fehlers bei der Elimination der Luftdämpfung setzen, welcher Fehler aber etwas zu gross sein müsste, als dass er mir wahrscheinlich vorkäme.

Über die Abhängigkeit des λ vom Trägheitsmomente sind bis jetzt nur vom Herrn Streintz und zwar ebenfalls nur an einem Stahldrahte Beobachtungen gemacht worden.[1] Er findet λ vom Trägheitsmomente vollkommen unabhängig. Das hier angeführte Resultat widerspricht jedoch nicht direct den Beobachtungen von Streintz; denn ich habe bei sehr kleinen Schwingungsdauern (2·396) beobachtet, während bei H. Streintz die kleinere Schwingungsdauer 6·55 Sec. betrug.

Beobachtungen an Glasstäben.

Um Torsionsschwingungen von Glasstäben mit Erfolg beobachten zu können, musste an den untersten Querschnitt derselben

[1] G. Wiedemann hat in seinen Untersuchungen „Über die Torsion" pag. 518 und 519 Resultate angeführt, die an einem aufgehängten Silberdraht bei gleichzeitiger Änderung der Spannung und des Trägheitsmomentes gewonnen wurden. Dasselbe was G. Wiedemann bezüglich der Abhängigkeit der Abnahme der Schwingungsweiten von der Belastung sagt, könnte mit gleichem Rechte auch bezüglich der Abhängigkeit vom Trägheitsmomente gesagt werden.

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

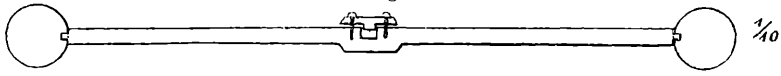
ein Gewicht von ziemlich grossem Trägheitsmoment befestiget werden. Dieses suchte ich dadurch zu erreichen, dass ich zwei Bleikugeln von je 1310 Grm. Gewicht und 6·1 Ctm. im Durchmesser an die Enden eines cylindrischen Hebels aufsteckte, und diesen Hebel selbst in seiner Mitte am untersten Querschnitte des aufgehängten Glasstabes anbrachte. Zu letzterem Zwecke wurden an beiden Enden des Glasstabes Messingprismen von je 2·3 Ctm. Länge, 0·9 Ctm. Breite und 1·1 Ctm. Höhe aufgekittet. Die Messingprismen waren in ihrer Mitte durchbohrt und die Durchbohrung dem Glasstabe angepasst. Gekittet wurde mit Siegellack, oder in Fällen, wo es sich darum handelte, dass der Glasstab vor der Beobachtung nicht erwärmt wurde, mit dem im Handel sobenannten siamesischen Zwillingskitte, welches letztere Material zwischen dem Messingprisma und den etwas rauh geschliffenen Glasstabenden eine besonders feste Verbindung herstellte.

Die cylindrischen Hebel hatten in ihrer Mitte eine kleine Verstärkung mit einem, der vorerwähnten Prismenform angepassten Ausschnitte, in welchen das Messingprisma gelegt und mit Schrauben befestiget wurde. Die Hebel waren aus Holz und hatten folgende Dimensionen:

I	Länge	= 27·3 Ctm.,	Dicke	= 1·32 Ctm.
II		= 60·0		= 1·4
III		= 80·0		= 2·0
IV	„	= 103·5 „	„	= 2·15 „

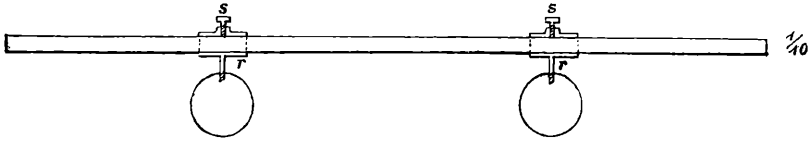
I, II und III waren derart eingerichtet, dass die Bleikugeln an die Enden derselben aufgesteckt werden konnten (Fig 2)

Fig. 2.



Bei IV (Fig. 3), welcher Hebel bereits zu den Versuchen über die

Fig. 3.



Luftdämpfung gedient hatte, war auf jeder Hälfte eine verschiebbare Messinghülse h, mit einem Stift r; dieser letztere hatte ein Schraubengewinde, in das die Bleikugel eingeschraubt wurde.

Eine Schraube *s* diente zum Fixiren der Hülse an jeder beliebigen Stelle des Hebels. Hier wurde das Trägheitsmoment durch Verschieben der Kugeln auf dem Hebel geändert. Das Gewicht der verschiebbaren Kugeln sammt Stift und Hülse betrug je 1355 Grm.

Das am zweiten Ende des Glasstabes angebrachte Messingprisma wurde mittelst Schrauben in einem soliden, eisernen, in die Wand eingesetzten Träger derart befestiget, dass die Längsrichtung des Glasstabes nahezu mit der Vertikalen zusammenfiel. Ein kleiner, ganz nahe an der Umdrehungsaxe aufgesetzter Spiegel diente zur Beobachtung mit Fernrohr und Scala. Der untere Theil des Glasstabes mit dem daran befestigten Hebel wurde durch einen Kasten vor Luftströmungen geschützt.

Zunächst ergaben die Beobachtungen, dass bei den Torsionsschwingungen von Glasstäben die sogenannte Accommodation beinahe gar nicht vorhanden ist. Die bezüglich dieser Erscheinung geprüften Glasstäbe waren mit Zwillingskitt gekittet, um die beim Kitten mit Siegellack nothwendige Erwärmung zu vermeiden. Die Beobachtung wurde immer unmittelbar nach dem Anhängen des Hebels mit den Bleikugeln aufgenommen. Mit Sicherheit war nie eine Accommodation zu beobachten. Ich will eine Beobachtungsreihe anführen, in welcher eine kleine Accommodation bemerkbar zu sein scheint; sie wurde mit einem Glasstabe von 174 Ctm. und 0·32 Ctm. Dicke angestellt. — M. Schw. bezeichnet die mittlere Schwingungsweite in Scalentheilen, welche während der Beobachtung, die das λ ergab, vorhanden war. Entfernung der Scala vom Spiegel = 168·0 Ctm. Am untersten Querschnitte des Glasstabes angehängt Hebel IV. Entfernung der Kugeln von der Umdrehungsaxe je 47 Ctm.

1. Tag. Gleich nach dem Anhängen des Hebels:

M. Schw.		λ
608	19·1	0·002211
546		0·002156
491		0·002159
434		0·002155
357		0·002135
240		0·002117
144		·0002098
81		0·002102
34		0·002104

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

2. Tag.	Schw.		
	606	19·1	0·002174
	543		0·002151
	390		0·002132
	190		0·002111
Nach etwas stärkerer Anregung:			
	811	19·1	0·002195
	608		0·002153
	294		0·002115
	170		0·002095
3. Tag.			
	279	19·3	0·002123
4. Tag.			
	289	1·93	0·002128.

Obwohl durch das Anhängen des Hebels mit den Bleikugeln der nicht ganz gerade Glasstab in eine Zwangslage versetzt wurde, also jedenfalls Nachwirkungsdeformationen auftraten, so scheinen die doch so schnell verschwunden zu sein, dass nur das erste, aus je sechs aufeinander folgenden und ein Intervall von 20 Schwingungen umfassenden Ablesungen bestimmte λ eine über das Normale gehende Grösse aufweist. Auch am zweiten Tage ist für M. Schw. = 606, resp. 608, $\lambda = 0{\cdot}002174$, resp. 0·002153, woraus man wieder auf eine geringe Accommodation schliessen könnte; allein die Zeichen einer Accomodation sind auch in diesem Falle so gering, dass man bei Torsionsschwingungen von Glasstäben von einer Accommodation kaum sprechen kann.

Die angeführten logarithmischen Decremente enthalten auch die von der Luftreibung herrührende Dämpfung, und ich glaube, dass die Abnahme des λ mit der Amplitude lediglich auf Rechnung dieser letzteren zu setzen ist. Folgender Versuch möge die Richtigkeit dieser Annahme erläutern.

Einem Glasstabe wurde zuerst der Hebel Nr. II, mit den beiden Bleikugeln an den Enden, angehängt und λ bei verschiedener Amplitude beobachtet. Es war:

$T = 4{\cdot}808$,	M. Schw. = 538,	$\tau = 18{\cdot}8$,	$\lambda = 0{\cdot}002175$
	325,		0·002141
	„ 119,		„ 0·002134.

Sodann wurde Hebel II weggenommen, IV befestiget und die beiden Kugeln so gestellt, dass das Trägheitsmoment in diesem Falle nahezu gleich war dem im vorigen. — Es war:

$T = 4{\cdot}643$, M. Schw. $= 532$, $\tau = 18{\cdot}9$ $\lambda = 0{\cdot}002384$
256, $0{\cdot}002332$
„ 118, $0{\cdot}002307$.

Zuletzt war die Luftdämpfung viel grösser als früher, da IV eine bedeutend grössere Oberfläche hat als II. Dafür hat aber λ im letzten Falle mit der Amplitude viel stärker abgenommen als im ersten. Könnte man die Luftdämpfung ganz umgehen, so würde sich jedenfalls λ von der Amplitude innerhalb der Beobachtungsgrenzen ganz unabhängig herausstellen. Rechnet man für diese beiden Fälle δ nach der entsprechenden Formel und nimmt die bei den kleinsten Amplituden beobachteten λ, so findet man für

$T = 4{\cdot}808$, $\delta = 0{\cdot}000229$, $\lambda - \delta = 0{\cdot}001905$,
„ $4{\cdot}643$, $0{\cdot}000399$, $0{\cdot}001908$.

Eine Übereinstimmung, die wohl nur ein Zufall ist.

Aus den vielen Beobachtungen, die bezüglich der Abhängigkeit des λ vom Trägheitsmomente angestellt wurden, sei es erlaubt, folgende anzuführen:

Tabelle VIII.

Mittlere Dicke $= 0{\cdot}33$ Ctm. Länge $= 153{\cdot}9$ Ctm. Siamesischer Zwillingskitt.

Hebel	T		λ	$\lambda - \delta$
IV	5·619	19·4	0·002896	0·002595
	3·855	19·4	0·002842	0·002492
	2·279	19·6	0·002860	0·002311

Tabelle IX.

Mittlere Dicke $= 0{\cdot}29$ Ctm. Länge $= 146{\cdot}8$ Ctm. Siegellack.

Hebel	T		λ	$\lambda - \delta$
IV	7·146	19·7	0·002480	0·002144
II	4·808	18·8	0·002134	0·001905
I	2·463	19·6	0·001905	0·001710

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Tabelle X.

Mittlere Dicke = 0·27 Ctm. Länge = 147·3 Ctm. Siamesischer Zwillingskitt.

Hebel	T		λ	$\lambda-\delta$
III	7·002	22·2	0·002971	0·002674
II	5·360	22·2	0·002747	0·002505
I	2·720	22·9	0·002390	0·002185

Das Thermometer, an dem die Temperaturangaben abgelesen wurden, war in der Höhe der Mitte des Glasstabes nahe an dem letzteren angebracht. Für gewöhnliche Temperaturen nimmt λ um etwa 0·00004 bis 0·00006 für einen Celsiusgrad mit derselben zu.

Die Tabellen VIII, IX und X zeigen übereinstimmend eine Abnahme des logarithmischen Decrements mit dem Trägheitsmoment.

Es mögen noch einige Daten bezüglich der Abhängigkeit des λ von der Länge des schwingenden Glasstabes angeführt werden.

Tabelle XI.

Mittlere Dicke = 0·32 Ctm. Siegellack.

Hebel	Länge	T		λ	$\lambda-\delta$
	Ctm.				
III	149·5	5·128	24·4	0·002837	0·002583
	72·5	3·542	24·4	0·002776	0·002565
	37·4	2·543	24·9	0·002796	0·002617

Tabelle XII.

Mittlere Dicke = 0·29 Ctm. Siegellack.

Hebel	Länge	T		λ	$\lambda-\delta$
	Ctm.				
IV	146·8	7·003	18·1	0·002403	0·002067
	72·8	4·942	18·0	0·002271	0·001989
	36·7	3·366	18·6	0·002216	0·901983

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Tabelle XIII.

Mittlere Dicke = 0·33 Ctm. Siamesischer Zwillingskitt.

Hebel	Länge	T		λ	$\lambda - \delta$
	Ctm.				
IV	153·9	5·619	19·4	0·002896	0·002595
	75·9	3·913	18·4	0·002762	0·002511

Es wurde untersucht: die ganze Länge des Glasstabes, die beiden Hälften, dann, mit Ausnahme der letzten Reihe, die beiden äussersten Viertel und zuletzt wieder die ganze Länge.

Berücksichtiget man den Temperatureinfluss, so stellt sich für die verschiedenen Längen kaum ein nennenswerther Unterschied heraus.